Unidade V - Estática e Dinâmica dos Fluidos

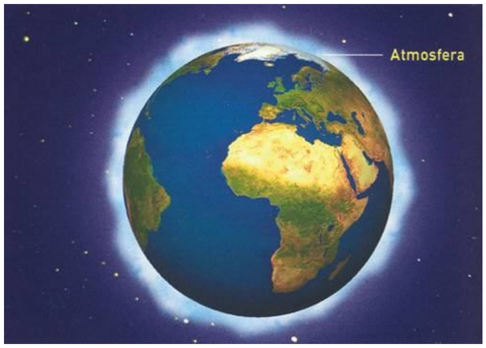


fig. V.1. Atmosfera terrestre é uma camada essencialmente gasosa – um fluido. Na segunda parte da figura podemos ver a água – um fluido em movimento escoando em um grande tubo .

1. Situando a Temática

Os fluidos desempenham um papel muito importante em nossas vidas, desde o ar que respiramos à água que bebemos. A matéria se encontra em três fases: líquido sólido e gasoso, os fluidos são gases e líquidos. Os fluidos circulam em nosso corpo e estão presentes na atmosfera terrestre, que junto com outros fatores ambientais são responsáveis pelo clima de nosso planeta. Nesta unidade temática daremos algumas ideias de mecânica dos fluidos.

2. Problematizando a Temática

Nesta unidade discutiremos algumas propriedades dos fluidos. Iremos começar estudando conceitos básicos da *estática dos fluidos*, em situações que envolvem equilíbrio, ou seja, estudando os fluidos em repouso, conceitos tais como: densidade, pressão empuxo, tensão superficial, etc. Para tal estudo iremos usar como base as leis de Newton. Por outro lado, o estudo dos fluidos em movimento é muito mais complexo, a *dinâmica dos fluidos* na verdade é uma das partes da mecânica mais difíceis de estudar. Vamos utilizar alguns modelos idealizados e princípios tais como as leis de Newton, conservação de energia, para podermos visualizar um movimento de um fluido e suas propriedades em um caso realístico. Mesmo assim iremos tratar fluidos de uma forma conceitual, deixando para um curso mais avançado este tópico da mecânica.

3. Pressão em um Fluido

Quando uma força age normal à área A da superfície de um fluido, a pressão sobre essa superfície é definida por

$$\boxed{P = \frac{F}{A}} \qquad \text{eq. V. 1}$$

A *pressão* é medida em $1\ N/m^2 = 1\ pascal$ (*Pa*), ou em lb/in^2 ou *psi*, isto é, libras por polegada quadrada, onde $1\ psi = 6{,}9 \times 10^3\ Pa$ e um milímetro de Hg ou *torr*, 1mmHg = 1 torr ou *milibar*, $1\ mbar = 10^2\ Pa$ e 1 *torr = 133 Pa*. A pressão da atmosfera ao nível do mar é medida em *atm*, $1\ atm = 1{,}01 \times 10^5\ Pa = 14{,}7\ psi$. Note que a pressão é uma grandeza escalar, em um fluido em repouso a pressão é a mesma em todas as direções para um dado ponto.

Definimos a *densidade de massa* ρ por,

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}} \qquad \text{eq. V. 2}$$

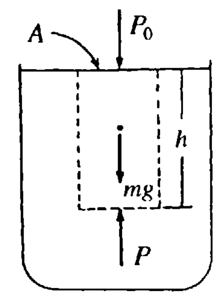


fig. V.2. Cilindro imaginário de fluido dentro do recipiente.

quando a massa m ocupa um pequeno volume V. A densidade da água é 1000 kg/m^3.

A pressão em um líquido pode ser calculada quando consideramos um recipiente aberto como da fig. V. 2.

Considere um cilindro imaginário de fluido de altura h e área A. Temos a pressão atmosférica para baixo P_0 e empurrando para cima do cilindro está a pressão P. Essa parte do fluido está em equilíbrio e assim $F_{baixo} = F_{cima}$. O peso do fluido é mg, dessa forma, $PA = P_0 A + mg$, onde m = ρV = ρAh, onde V = Ah. Então,

$$\boxed{P = P_0 + \rho g h} \qquad \text{eq. V. 3}$$

A pressão devido ao fluido somente é $\rho g h$ e ela depende unicamente da profundidade abaixo da superfície, não da forma ou tamanho do recipiente. Podemos ilustrar isto na fig. V. 3,

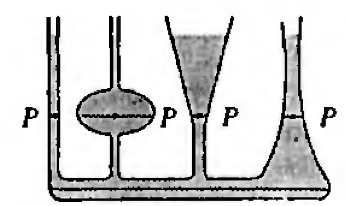


fig. V.3. A pressão P é a mesma em cada caso.

A mudança de pressão ao longo da altura do cilindro é dada por $P - P_0$. Notamos que se aumentarmos a pressão P_0, a pressão P aumenta de um valor igual. Esta conclusão nos leva ao <u>*princípio de Pascal*</u>*: a pressão aplicada a um fluido no interior de um recipiente é transmitida sem diminuição a todos os pontos do fluido e para as paredes do recipiente.*

Líquidos são virtualmente incompressíveis, assim sua densidade não muda com a profundidade o que podemos usar esta hipótese na (eq. V. 3). A pressão em um gás pode ser deduzida usando o mesmo raciocínio. Mas como os gases são mais compressíveis a densidade é função da profundidade e nós devemos levar em conta isso no cálculo da massa do cilindro. Isso é feito por considerar finas camadas do gás e integrar para encontrar a massa total no cilindro. Como para líquidos a pressão cresce com a profundidade, mas não de forma linear.

4. Empuxo

Quando um objeto é imerso em um fluido ele sofre uma força de empuxo para cima já que a pressão no fundo do objeto é maior do que no

topo. Daí pode-se enunciar o *principio de Arquimedes: Qualquer objeto parcialmente ou completamente imerso em um fluido sofre um empuxo para cima por uma força igual ou equivalente ao deslocamento de fluido.*
Considere uma porção de água dentro de um recipiente contendo água, como mostrado na fig. V. 4.

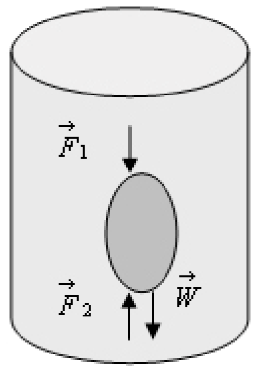


fig. V.4. Recipiente com água e um volume selecionado.

A água acima da porção atua para baixo sobre a porção com o seu peso. A água em baixo do pedaço empurra para cima a porção. Como a porção de água está em equilíbrio,

$F_2 - F_1 - W = 0$

A *força de empuxo,*

$$\boxed{F_E = F_2 - F_1 = W} \qquad \text{eq. V. 4}$$

Aqui W é o peso do fluido deslocado pelo objeto. Se o peso do objeto é maior do que W, o objeto afunda. Se o peso do objeto é menor do que W quando ele é totalmente imerso, ele flutuará na superfície.

5. Escoamento do Fluido

Podemos visualizar o movimento de um fluido através das *linhas de corrente*. Uma linha de corrente descreve o caminho seguido por uma partícula do fluido. A velocidade do fluido em qualquer ponto é tangente à linha de corrente em um ponto. Quando as linhas de corrente estão mais juntas, o fluido segue mais rápido. Vamos considerar a seguir as seguintes hipóteses:

- Escoamento é estacionário - a velocidade não depende do tempo.
- Escoamento é laminar é aquele que se dá suavemente, contrariamente ao escoamento turbulento que se dá de forma caótica. Este último caso é muito complicado e estudamos o primeiro por enquanto.
- O fluido é incompressível, como um líquido.
- A temperatura do fluido é constante.
- Atrito é desprezado, isto é, o fluido tem viscosidade zero.

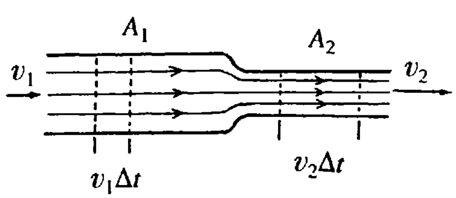


fig. V.5. Escoamento de um fluido em um tubo.

Suponha o escoamento de um fluido através de um tubo cuja área de secção transversal decresce de A_1 para A_2, como mostra a fig. V. 5,

Nestas seções retas, as velocidades do fluido são v_1 e v_2, respectivamente. Durante um pequeno intervalo de tempo *dt,* o fluido que estava em A_1 se desloca a uma distância $v_1 dt$ de modo que um cilindro imaginário de fluido com altura v_1 dt e volume $dV_1 = A_1 v_1 dt$ se escoa para o interior do tubo através de A_1. Durante este mesmo intervalo de tempo, um cilindro com volume $dV_2 = A_2 v_2 dt$ se escoa para fora do tubo através de A_2.

Vamos supor o fluido incompressível, ρ constante. A massa $dm_1 = \rho A_1 v_1 dt$ flui para dentro do tubo e a massa $dm_2 = \rho A_2 v_2 dt$ flui para fora do tubo. No escoamento estacionário, a massa total no tubo permanece constante. Assim teremos a *equação de continuidade,*

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2} \qquad \text{eq. V. 5}$$

A conservação de massa no escoamento de um fluido incompressível é expressa pela equação da continuidade, para duas seções retas A_1 e A_2 ao longo de um tubo de escoamento, as velocidades de escoamento são relacionadas pela eq. V. 5.

O produto Av é a *vazão volumétrica*, a taxa com que o volume do fluido atravessa a seção reta do tubo

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = Av} \qquad \text{eq. V. 6}$$

6. Equação de Bernoulli

Podemos deduzir uma relação importante entre a pressão, a velocidade e a altura no escoamento de um fluido. Essa relação chama-se *equação de Bernoulli*. Vamos deduzir esta equação que relaciona a pressão p com a velocidade v e a altura h para um escoamento estacionário de um fluido.

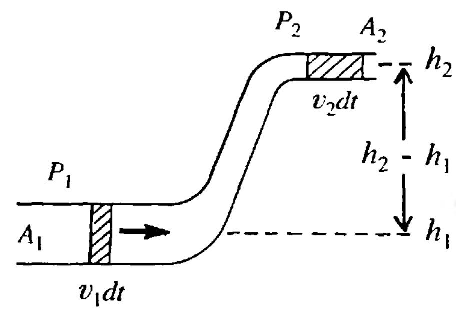


fig. V.6. Tubo de escoamento e trabalho resultante realizado sobre o líquido se movendo da região mais baixa para uma região mais alta.

Considere um líquido escoando através de um tubo como mostra a fig. V. 6. Quando o líquido se move uma distância dx na parte mais baixa do tubo e um volume dV num tempo dt, o trabalho realizado pela pressão P_1 sobre o líquido é $dW_1 = F_1 dx_1 = P_1 A_1 dx_1 = P_1 dV$. Nesse tempo a pressão P_2 na parte superior do tubo realiza um trabalho $dW_2 = P_2 dV$. O trabalho resultante é, $dW = dW_1 - dW_2 = (P_1 - P_2)dV$. Por outro lado, levando em conta as forças conservativas que atuam numa massa dm do líquido, $dW = (P_1 - P_2)dV = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2}dm(v_2^2 - v_1^2) + dmg(h_2 - h_1)$.

Usando $\rho = dm/dV$ obtemos,

$$\frac{dW}{dV} = (P_1 - P_2)\frac{dV}{dV} = \frac{1}{2}\frac{dm}{dV}(v_2^2 - v_1^2) + \frac{dm}{dV}g(h_2 - h_1) =$$

$$\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(h_2 - h_1)$$

ou seja,

$$\boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2} \qquad \text{eq. V. 7}$$

Como os pontos 1 e 2 são arbitrários no tubo,

$$\boxed{P + \frac{1}{2}\rho v + \rho g h = const.} \qquad \text{eq. V. 8}$$

Esta é a chamada *equação de Bernoulli*.

Exercícios Resolvidos

Exemplo V. 1

Um submarino tem uma janela de área 0,10 m^2. Qual a força exercida sobre a janela pela água do mar cuja densidade é 1030 kg/m^3 a uma profundidade de 5000 m ?

Solução:

$$F = PA = \rho g h A = 5{,}05 \times 10^6 \text{ N}$$

Exemplo V. 2

Calcule a velocidade média de sangue na aorta de raio 1 cm quando a taxa de fluxo é 5 l/min.

Solução:

$$fluxo = Av, \quad v = \frac{fluxo}{A} = \left(\frac{5000cm^3}{60s}\right)\left[\frac{1}{\pi(1cm)^2}\right] = 27cm/s$$

Exemplo V. 3

Um balão de ar quente tem um volume de 2,20 $\times 10^3$ m^3. Ele está cheio de ar quente a uma densidade de 0,96 kg/m^3. Qual a carga máxima que ele pode elevar, quando ele está rodeado com ar frio de densidade 1,29 kg/m^3.

Solução:

A massa de ar frio deslocada pelo balão é 1,29 kg/m^3 $\times 2{,}20 \times 10^3$ m^3 = $2{,}84 \times 10^3$ kg. O peso desse ar frio é $g \times 2{,}84 \times 10^3$, a força de empuxo sobre o balão. Essa força deve suportar o peso do ar quente e a carga, notando que estamos desprezando as outras partes que compõem o balão. O peso do ar quente é $g \times 0{,}96 \times 2{,}20 \times 10^3 = g \times 2{,}11 \times 10^3$. Logo o peso da carga pode ser no máximo $g \times 2{,}84 \times 10^3 - g \times 2{,}11 \times 10^3 = g \times 730 = 7154$ N. A carga máxima é de 730 kg.

Exemplo V. 4

Um recipiente é parcialmente preenchido com água. Óleo de densidade 750 kg/m^3é derramado no topo da água e ele flutua sobre a água sem se misturar. Um bloco de madeira de densidade 820 kg/m^3 é inserido no recipiente e ele flutua na interface dos dois líquidos. Qual a porcentagem do volume do bloco que está imerso na água?

Solução:

O volume xV está dentro da água e o volume $(1-x)V$ está no óleo. Logo teremos,

$\rho V g = \rho_{água} x V g + \rho_0 (1-x) V g$, onde a densidade da água é 1000 kg/m^3,

$$x = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_{água} - \rho_0} = \frac{28}{100}$$

Exemplo V. 5

Um bloco de gelo de densidade 917 kg/m^3 flutua na água do mar de densidade 1030 kg/m^3. Se a área da superfície do gelo é de 20 m^2 e ele tem 0,20 m de espessura, qual é a massa de um urso pesado que pode permanecer sobre o gelo sem que ele vá para baixo da superfície da água?

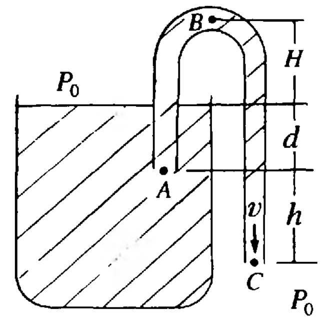
Solução:

$m_{urso} g + m_{gelo} g = m_{água} g$, $V = 20 \times 0{,}2 = 4m^3$

$m_{urso} = \rho_{água} V - \rho_{gelo} V = 452$ kg.

Exemplo V. 6

Um sifão é um aparato para remover líquido de um reservatório. A saída C deve ser mais baixa que a entrada A e o tubo deve inicialmente ser cheio com líquido. A densidade do líquido é ρ. (a) Com que velocidade o fluido sai em C? (b) Qual é a pressão em B? Qual a altura máxima H que o sifão pode ascender?



Solução:

(a) Compare a superfície, onde a pressão atmosférica p_0 e a velocidade é aproximadamente zero, com o ponto C.

$$p_0 + 0 + \rho g(h+d) = p_0 + (1/2)\rho v^2 + 0 \Rightarrow v = \sqrt{2\rho g(h+d)}$$

(b) Compare a superfície com o ponto B:

$$p_0 + \rho g(h+d) = p + (1/2)\rho v^2 + \rho g(h+d+H)$$

De (a), $p = p_0 - \rho g(h+d+H)$

(c) Quando H é máximo, a velocidade e pressão vão para zero, assim comparando a superfície e o ponto B vem,

$$p_0 + 0 + \rho g(h+d) = 0 + 0 + \rho g(h+d+H)$$

Ou

$$\rho g H = p_0 \quad H = \frac{p_0}{\rho g} = \frac{1{,}01 \times 10^5}{1000 \times 9{,}8} = 10{,}3\ m$$

Exercícios Propostos

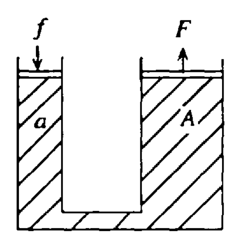
Exercício V. 1

Qual a profundidade de água ($1000 kg/m^3$) e do mercúrio ($13.600 kg/m^3$) que é requerido para produzir uma pressão de 1 atm?

Resposta: 10,3 m e 0,76 m.

Exercício V. 2

Um macaco hidráulico consiste de um grande cilindro de área *A* conectado a um cilindro de área menor *a*. Ambos os cilindros são preenchidos com óleo. Quando a força *f* é aplicada ao cilindro menor, a pressão resultante é transmitida para o cilindro grande, aque então exerce uma força *F* para cima. Suponha um carro de peso 12.000 N respousando sobre o cilindro grande de área 0,10 m^2. Qual é a força que deve ser aplicada ao cilindro menor de área 0,002 m^2 para suportar o carro?

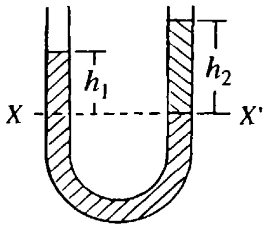


Resposta: *f = 240 N*

Exercício V. 3

Qual é a força resultante agindo sobre uma superfície de uma barragem de altura *h* e largura ω?

Resposta: $F = \dfrac{\rho g \omega h^2}{2}$



Exercício V. 4

Um cientista deseja determinar a densidade de uma amostra de óleo extraída de uma planta. Coloca-se água em um tubo de vidro em forma de U aberto em ambas as extremidades. Daí é derramada uma pequena quantidade de óleo sobre a água em um dos lados do tubo e medidas as alturas mostradas no desenho. Qual é a densidade de óleo em termos da densidade da água e alturas?

Resposta: $\rho = \frac{h_1}{h_2}\rho_{água}$

Exercício V. 5

A densidade do ouro é $19{,}3 \times 10^3 kg/m^3$ e a densidade da água do mar é $1{,}03 \times 10^3 kg/m^3$. Enquanto o caçador de tesouros puxa para cima da água um artefato de ouro, a tensão na linha é de 120 N. Qual deverá ser a tensão no fio quando ele puxa o objeto fora da água, isto é, no ar?

Resposta: 127 N

Exercício V. 6

Um bloco de madeira de peso específico 0,8 flutua na água. Qual a fração do volume do bloco que está submerso?

Resposta: Se *V* é o volume do bloco e *xV* é o volume submerso, $x = 0{,}8$.

Exercício V. 7

Uma mangueira de jardim tem diâmetro interno de 2 cm e joga água a uma velocidade de 1,2 m/s. Qual será a velocidade que sai a água em um bocal de mangueira de 0,5 cm?

Resposta: 4,8 m/s.

Exercício V. 8

Um grande reservatório é cheio com água. Um pequeno buraco é feito no lado do tanque a uma profundidade *h* abaixo da superfície da água. Qual a velocidade que a água sai do buraco?

Resposta: $v = \sqrt{2gh}$

Exercício V. 9

Um bombeiro usa uma mangueira de diâmetro interno de 6 cm para liberar 1000 L de água por minuto. Um bocal é conectado a mangueira a fim de jogar água para cima para alcançar uma janela 30 m acima do bocal. (a) Com que velocidade deve a água deixar o bocal? (b) Qual é o diâmetro interno do bocal? (c) Qual a pressão dentro da mangueira é requerida?

Resposta: 24,2 m/s; 0,03 m; 2,7 atm.